

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**ĐỀ THI MÔN: TOÁN**

Ngày thi: 06/3/2016

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm có: 02 trang)

**Câu 1:** (4,0 điểm)

Cho biểu thức  $H = \frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{3}{x\sqrt{x+1}} + \frac{2}{x-\sqrt{x+1}}$  (với  $x \geq 0$ ).

a) Rút gọn biểu thức  $H$ .

b) Chứng minh  $H \leq 1$ .

**Câu 2:** (4,0 điểm)

a) Cho  $n$  là số tự nhiên lẻ. Chứng minh:  $n^3 + 1$  không là số chính phương.

b) Cho ba số dương  $a, b, c$  thỏa mãn:  $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:  $P = abc$ .

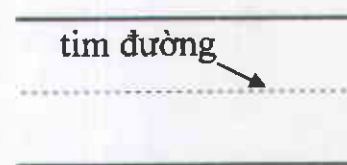
**Câu 3:** (4,0 điểm)

a) Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = -x - 2$

a.1. Tính khoảng cách từ đỉnh parabol (P) đến đường thẳng (d).

a.2. Trên parabol (P) lấy điểm M, trên đường thẳng (d) lấy điểm N sao cho: M và N đối xứng nhau qua trục hoành Ox. Hãy tìm tọa độ của điểm M, N.

b) Trên một mảnh đất hình thang cân có chiều cao 35 mét (m), hai đáy lần lượt có chiều dài bằng 30m, 50m. Để xây dựng khu vui chơi giải trí cho thiếu nhi, công ty A cần thi công hai đoạn đường. Biết rằng hai đoạn đường cần thi công phải thỏa mãn các yêu cầu sau: có cùng chiều rộng, các tim đường (là đường thẳng cách đều hai lề đường, xem hình minh họa) lần lượt là đường trung bình của hình thang và đoạn nối hai trung điểm của hai đáy hình thang, diện tích làm đường chiếm 0,25 diện tích mảnh đất. Hãy tính chiều rộng của các đoạn đường cần thi công.



(Hình minh họa)

**Câu 4:** (4,0 điểm)

a) Cho tam giác ABC, lấy các điểm X, Y, Z lần lượt nằm trên các cạnh BC, AC, AB sao cho  $\frac{XB}{BC} = \frac{CY}{CA} = \frac{AZ}{AB} = \frac{1}{3}$ . Giả sử diện tích tam giác ABC bằng 1 đơn vị. Hãy tính diện tích tam giác XYZ.

b) Cho hình chữ nhật ABCD ( $AB < BC$ ), O là giao điểm của hai đường chéo. Trên tia đối của tia CD lấy điểm E sao cho:  $CE=CD$ . Gọi F là hình chiếu của điểm D trên BE, I là giao điểm của AB và CF, K là giao điểm của AF và BC. Chứng minh rằng: ba điểm O, K, I thẳng hàng.

**Câu 5: (4,0 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB, đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt nửa đường tròn tại C. Kẻ tiếp tuyến Bt với đường tròn, AC cắt tiếp tuyến Bt tại I.

a) Chứng minh: tam giác ABI vuông cân.

b) Lấy điểm D trên cung BC. Gọi J là giao điểm của AD với Bt. Chứng minh rằng:

b.1.  $AC.AI=AD.AJ$

b.2. Tứ giác JDCI nội tiếp.

c) Tiếp tuyến tại D của nửa đường tròn cắt Bt tại K. Hạ  $DH \perp AB$ . Chứng minh rằng: AK đi qua trung điểm của DH.

---HẾT---

Họ và tên thí sinh: \_\_\_\_\_

Số báo danh: \_\_\_\_\_

Chữ ký GT1: \_\_\_\_\_

Chữ ký GT2: \_\_\_\_\_

**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ 1 MÔN: TOÁN**

Ngày thi: 06/3/2016

(Hướng dẫn chấm gồm có: 4 trang)

**I. Hướng dẫn chung**

1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng, chính xác, chặt chẽ thì cho đủ số điểm của câu đó.

2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.

**II. Đáp án và thang điểm**

**Câu 1: (4,0 điểm)**


NỘI DUNG	ĐIỂM
a) $H = \frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{3}{x\sqrt{x+1}} + \frac{2}{x-\sqrt{x+1}}$	0,50
$= \frac{(x-\sqrt{x+1})-3+2(\sqrt{x+1})}{x\sqrt{x+1}}$	0,50
$= \frac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x+1}}$	0,50
$= \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x+1}}$	0,50
b) $H-1 = \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x+1}} - 1$	0,50
$H-1 = \frac{\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x+1}}$	0,50
$= -\frac{x-2\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x+1}} = -\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} \leq 0$	0,50
Chứng tỏ $H-1 \leq 0$ hay $H \leq 1$ .	0,50

**Câu 2: (4,0 điểm)**

NỘI DUNG	ĐIỂM
a) Giả sử có k, n là các số tự nhiên sao cho n lẻ và $n^3+1=k^2$	0,50
Ta có: $n^3=(k+1)(k-1)$	0,25
Do n lẻ nên k+1 và k-1 là hai số lẻ liên tiếp. Suy ra, k+1 và k-1 nguyên tố cùng nhau.	0,25
Suy ra, có hai số tự nhiên lẻ a, b ( $a>b$ ) thỏa: $k+1=a^3$ , $k-1=b^3$ .	0,25
$\Rightarrow a^3 - b^3 = 2$	0,50
$\Rightarrow 2 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) > 2$ (vô lý).	0,50
Vậy n là số tự nhiên lẻ thì $n^3+1$ không chính phương (đpcm).	0,25

b) Ta có: $\frac{1}{1+a} = 1 - \frac{1}{1+b} + 1 - \frac{1}{1+c} = \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{bc}{(1+b)(1+c)}}$	0,50
Tương tự: $\frac{1}{1+b} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{ac}{(1+a)(1+c)}}$	0,25
$\frac{1}{1+c} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{ab}{(1+a)(1+b)}}$	0,25
Nhân theo vế bất đẳng thức: $\frac{1}{1+a} \cdot \frac{1}{1+b} \cdot \frac{1}{1+c} \geq 8 \cdot \frac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}$	0,25
Hay $abc \leq \frac{1}{8}$	0,25
Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{2}$ .	0,25
Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{1}{8}$ .	0,25

**Câu 3: (4,0 điểm)**

NỘI DUNG		ĐIỂM
a)		
a.1 Đường thẳng (d) cắt Ox, Oy lần lượt tại C và D. Vẽ OH vuông góc CD.		0,25
Tam giác OCD vuông tại O, có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2}$ .		0,25
Do OC=2, OD=2 nên suy ra $OH = \sqrt{2}$ (đơn vị chiều dài)		0,25
a.2. Gọi M(m, m <sup>2</sup> ) thuộc parabol (P) Do N đối xứng với M qua Ox nên N(m, -m <sup>2</sup> )		0,25
Mà N thuộc (d) nên $-m^2 = -m - 2 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0$		0,25
$\Leftrightarrow (m+1)(m-2) = 0 \Leftrightarrow m = -1; m = 2$ .		0,25
Khi $m = -1$ thì M(-1;1), N(-1;-1).		0,25
Khi $m = 2$ thì M(2;4), N(2;-4).		0,25
	b) Diện tích hình thang: $1400 (m^2)$ .	0,25
	Suy ra diện tích phần làm đường: $350 (m^2)$ .	0,25
	Đường trung bình của hình thang: $40 (m)$ .	0,25
	Gọi x là chiều rộng các đoạn đường (m, $0 < x < 30$ ).	0,25
	Căn cứ giả thuyết, có pt: $40x + 35x - x^2 = 350$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - 75x + 350 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-70) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 5; x = 70$ (loại).	0,25
	Vậy chiều rộng của các đoạn đường cần xây dựng là $5 (m)$ .	0,25

**Câu 4: (4,0 điểm)**

<b>NỘI DUNG</b>		<b>ĐIỂM</b>
	<p>a) Nối CZ, ta có:</p> $S_{\Delta BXZ} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta BCZ}, S_{\Delta BCZ} = \frac{2}{3} \cdot S_{\Delta BCA}$	0,50
	<p>Từ đó: <math>S_{\Delta BXZ} = \frac{2}{9} \cdot S_{\Delta BCA} = \frac{2}{9} \cdot 1 = \frac{2}{9}</math></p>	0,50
	<p>Tương tự:</p> $S_{\Delta ACY} = \frac{2}{9}, S_{\Delta MYZ} = \frac{2}{9}$	0,50
	<p>Vậy <math>S_{\Delta MYZ} = 1 - 3 \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{3}</math> (đơn vị diện tích)</p>	0,50
	<p>b) <math>CB \perp AI</math> vì ABCD là hcn <math>\Rightarrow CB</math> là đường cao <math>\Delta ACI</math> (1)</p>	0,25
	<p><math>\Delta FBD</math> vuông tại F (F là hình chiếu vuông góc của D lên BE) FO là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BD</p>	0,25
	<p>Suy ra, <math>OF = \frac{1}{2} BD \Rightarrow OF = \frac{1}{2} AC</math>.</p>	
	<p><math>\Delta FAC</math> có FO là đường trung tuyến ứng cạnh AC. Suy ra, <math>\Delta FAC</math> vuông tại F <math>\Rightarrow AF</math> vuông CI. Hay AF là đường cao <math>\Delta AIC</math> (2)</p>	0,25
	<p>K là giao điểm AF và CB nên (1) và (2) suy ra, K là trực tâm <math>\Delta AIC \Rightarrow IK \perp AC</math> (3).</p>	0,25
	<p>Mặt khác, ABEC có <math>AB=CE</math> (cùng bằng CD) và <math>AB \parallel CE</math> suy ra, ABEC là hình bình hành. <math>\Rightarrow ABFC</math> là hình thang.</p>	0,25
	<p>Thật vậy, <math>\Delta FDE</math> vuông tại F có FC là đường trung tuyến thuộc cạnh huyền DE <math>\Rightarrow CF=CD \Rightarrow CF=AB \Rightarrow \Delta BAC = \Delta FCA</math> (cạnh huyền-cạnh góc vuông) <math>\Rightarrow AF=BC</math>.</p>	0,25
	<p>Hình thang ABFC có hai đường chéo <math>AF=BC \Rightarrow ABFC</math> là hình thang cân <math>\Rightarrow \widehat{IAC} = \widehat{ICA} \Rightarrow \Delta IAC</math> cân tại I <math>\Rightarrow IO</math> vuông góc AC (IO là trung tuyến, là đường cao <math>\Delta IAC</math>) (4).</p>	0,25
	<p>Từ (3) và (4) suy ra: I, K, O thẳng hàng.</p>	0,25



**Câu 5: (4,0 điểm)**

	NỘI DUNG	ĐIỂM	
	<p>a) Ta có <math>CO \perp AB \Rightarrow \widehat{COB} = 90^\circ</math></p>	0,25	
	<p><math>\Rightarrow</math> số <math>\widehat{CB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CAB} = 45^\circ</math> (1)</p>	0,25	
	<p><math>IB \perp AB \Rightarrow \Delta IBA</math> vuông tại B (2)</p>	0,25	
	<p>Từ (1) và (2) <math>\Rightarrow \Delta ABI</math> vuông cân ở B.</p>	0,25	
		b)	
	<p>b.1. Xét <math>\Delta CD</math> và <math>\Delta IJ</math> có góc A chung,  <math>\widehat{CDA} = \frac{1}{2}</math> số <math>\widehat{AC} = 45^\circ</math></p>	0,25	
	<p>Mà <math>\Delta ABI</math> vuông cân ở B <math>\Rightarrow \widehat{AIB} = 45^\circ</math>  <math>\Rightarrow \widehat{CDA} = \widehat{AIB} \Rightarrow \Delta ADC</math> đồng dạng <math>\Delta AIJ</math>  <math>\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AI}{AJ} \Rightarrow AD \cdot AJ = AC \cdot AI</math></p>	0,50	
	<p>b.2. Do <math>\widehat{CDA} = \widehat{CIJ}</math> (cmt)          và <math>\widehat{CDA} + \widehat{CDJ} = 2v</math>  <math>\Rightarrow</math> tứ giác <math>CDJI</math> nội tiếp</p>	0,25	
	<p>c) -Ta có: <math>\widehat{ADB} = 1v</math> và <math>DK = KB</math> (t/c hai tt cắt nhau) <math>\Rightarrow \widehat{KDB} = \widehat{KBD}</math>.</p>	0,50	
	<p>Mà <math>\widehat{KBD} + \widehat{DJK} = 1v</math> và <math>\widehat{KDB} + \widehat{KDJ} = 1v</math>  <math>\Rightarrow \widehat{KJD} = \widehat{JDK} \Rightarrow \Delta KDJ</math> cân ở K <math>\Rightarrow KJ = KD</math>  <math>\Rightarrow KB = KJ</math></p>	0,50	
<p>Do <math>DH \perp AB</math> và <math>JB \perp AB</math> (gt) <math>\Rightarrow DH \parallel JB</math>.</p>	0,50		
<p>Áp dụng hệ quả Ta lét trong <math>\Delta AKJ</math> và <math>\Delta AKB</math> Ta có:  <math>\frac{DN}{JK} = \frac{AN}{AK}; \frac{NH}{KB} = \frac{AN}{AK} \Rightarrow \frac{DN}{JK} = \frac{NH}{KB}</math>          Mà <math>JK = KB \Rightarrow DN = NH</math>.</p>	0,50		

-----HẾT-----