

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI MÔN TOÁN

Ngày thi: 11/3/2012

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)
(Đề thi gồm có: 01 trang)

Câu 1: (3 điểm)

a) Chứng tỏ rằng số sau đây là một số hữu tỉ:

$$a = \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot (3 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{2})$$

b) Chứng minh rằng số:

$$n = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2003} + 7^{2004} \text{ chia hết cho } 400$$

Câu 2: (4 điểm)

Cho biểu thức:
$$P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$$

a) Tìm điều kiện xác định rồi rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P và giá trị x tương ứng.

c) Tìm các số nguyên x để $\frac{3P}{\sqrt{x}}$ nhận giá trị nguyên rồi tính giá trị nguyên đó.

Câu 3: (5 điểm)

a) Giải phương trình:
$$\frac{x+4}{2009} + \frac{x+3}{2010} = \frac{x+2}{2011} + \frac{x+1}{2012}$$

b) Giải bất phương trình:
$$\frac{x-2}{x-3} > 11$$

c) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} (m-1)x - my = 3m-1 \\ 2x - y = m+5 \end{cases}$$

Hãy xác định tất cả các giá trị của tham số m để hệ phương trình này có một nghiệm duy nhất (x; y) mà S = x² + y² đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4: (4 điểm)

a) Cho tam giác ABC (không có góc nào vuông). Dựng về phía ngoài của tam giác các hình vuông ABDE và ACGH. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của EH, EB, BC, CH.

a1. Chứng minh: BH = CE và BH ⊥ CE.

a2. Chứng minh: Tứ giác MNPQ là hình vuông.

b) Cho tam giác ABC nhọn, ba đường cao AA', BB', CC' đồng quy tại H. Tính tổng:

$$\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'}$$

Câu 5: (4 điểm)

Cho tứ giác lồi ABCD với bốn điều kiện sau đây:

$$AB \parallel CD; AB < CD; AB = BC = DA; BD \perp AC.$$

a) Tứ giác ABCD là hình gì? Tại sao?

b) Tính các góc của tứ giác ABCD.

c) So sánh diện tích của tam giác ABD với diện tích của tứ giác ABCD. **HẾT**

Họ và tên thí sinh: _____

Số báo danh: _____

Chữ ký GT1: _____

Chữ ký GT2: _____

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC MÔN TOÁN

Ngày thi: 11/3/2012

(Hướng dẫn chấm gồm có: 04 trang) ✓

Câu 1: (3 điểm)

	NỘI DUNG	ĐIỂM
a)	Ta có: $a = \sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot (3+\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{10}-\sqrt{2})$	
	$= \sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot (3+\sqrt{5}) \cdot \sqrt{2}(\sqrt{5}-1)$	0,25
	$= \sqrt{6-2\sqrt{5}} \cdot (3+\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5}-1)$	0,25
	$= (\sqrt{5}-1)^2 \cdot (3+\sqrt{5})$	0,25
	$= (6-2\sqrt{5})(3+\sqrt{5})$	0,25
	$= 2(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})$	0,25
	$= 2(9-5) = 2 \cdot 4 = 8$	0,25
b)	Ta có: $n = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2003} + 7^{2004}$	
	$= (7 + 7^2 + 7^3 + 7^4) + (7^5 + 7^6 + 7^7 + 7^8) + \dots + (7^{2001} + 7^{2002} + 7^{2003} + 7^{2004})$	0,25
	$= 7(1 + 7 + 7^2 + 7^3) + 7^5(1 + 7 + 7^2 + 7^3) + \dots + 7^{2001}(1 + 7 + 7^2 + 7^3)$	0,25
	$= (1 + 7 + 7^2 + 7^3) \cdot (7 + 7^5 + \dots + 7^{2001})$	0,25
	$= 400 \cdot (7 + 7^5 + \dots + 7^{2001}) : 400$	0,5
	Vậy $n : 400$	0,25

Câu 2: (4 điểm)

	NỘI DUNG	ĐIỂM
	Cho biểu thức: $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$	
a)	Tìm điều kiện xác định rồi rút gọn biểu thức P.	
	- ĐKXD: $x > 0 ; x \neq 1$	0,5
	- Rút gọn: $P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x^3}-1)}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}} + \frac{2(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1}$	0,5
	$P = \sqrt{x}(\sqrt{x}-1) - (2\sqrt{x}+1) + 2(\sqrt{x}+1)$	0,25
	$P = x - \sqrt{x} + 1$	0,25
b)	Tìm giá trị nhỏ nhất của P và giá trị x tương ứng.	
	- Ta có: $P = x - \sqrt{x} + 1 = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$	0,5
	- Mà $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$ nên $P \geq \frac{3}{4}$ ($\forall x > 0 ; x \neq 1$)	0,5
	Vậy Min $P = \frac{3}{4}$ khi và chỉ khi $\sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$	0,5
c)	Tìm các số nguyên x để $\frac{3P}{\sqrt{x}}$ nhận giá trị nguyên rồi tính giá trị nguyên đó.	

- Ta có: $\frac{3P}{\sqrt{x}} = \frac{3(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}} = 3(\sqrt{x}-1) + \frac{3}{\sqrt{x}}$	0,25
- Để $\frac{3P}{\sqrt{x}}$ nhận giá trị nguyên thì $\sqrt{x} \in U(3), (\forall x \in \mathbb{Z}, x > 0; x \neq 1)$	0,25
Khi đó: $\sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$	0,25
- Suy ra: $\frac{3P}{\sqrt{x}} = 7$	0,25

Câu 3 : (5 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
a) $\frac{x+4}{2009} + \frac{x+3}{2010} = \frac{x+2}{2011} + \frac{x+1}{2012}$	
$\Leftrightarrow \left(\frac{x+4}{2009} + 1\right) + \left(\frac{x+3}{2010} + 1\right) = \left(\frac{x+2}{2011} + 1\right) + \left(\frac{x+1}{2012} + 1\right)$ (cộng vào hai vế của phương trình với số 2)	0,5
$\Leftrightarrow \frac{x+2013}{2009} + \frac{x+2013}{2010} = \frac{x+2013}{2011} + \frac{x+2013}{2012}$	0,5
$\Leftrightarrow (x+2013) \left(\frac{1}{2009} + \frac{1}{2010} - \frac{1}{2011} - \frac{1}{2012}\right) = 0$	0,5
$\Leftrightarrow x+2013 = 0 \Leftrightarrow x = -2013$	0,5
Vậy $S = \{-2013\}$	
b) $\frac{x-2}{x-3} > 11$	
$\Leftrightarrow \frac{x-2}{x-3} - 11 > 0 \Leftrightarrow \frac{-10x+31}{x-3} > 0$	0,25
Trường hợp 1: $\begin{cases} -10x+31 > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{31}{10} \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x < \frac{31}{10}$	0,5
Trường hợp 2: $\begin{cases} -10x+31 < 0 \\ x-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{31}{10} \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow$ không tồn tại x	0,5
Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $3 < x < \frac{31}{10}$	0,25
c) $\begin{cases} (m-1)x - my = 3m-1 \\ 2x - y = m+5 \end{cases}$	
Để hệ phương trình trên có một nghiệm duy nhất thì $\frac{m-1}{2} \neq \frac{-m}{-1} \Leftrightarrow m \neq -1$	0,25