

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI MÔN: TOÁN (CHUYÊN)

Ngày thi: 10/6/2014

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm có: 01 trang)

Câu 1: (2,0 điểm)

$$\text{Cho } A = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}+2}$$

- Tìm điều kiện để biểu thức A được xác định và rút gọn A .
- Tìm giá trị của x để A đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Tìm các giá trị $x \in R$ thỏa mãn $x + \frac{4}{x} > 4$

b) Bác Ân trồng cây trên mảnh vườn hình chữ nhật, Bác dự định trồng theo từng hàng và mỗi hàng có số cây bằng nhau. Nếu tăng thêm 1 hàng nhưng mỗi hàng bớt đi 1 cây thì số cây phải trồng tăng thêm 10 cây. Nếu bớt đi 1 hàng nhưng tăng thêm mỗi hàng 2 cây thì số cây phải trồng tăng thêm 9 cây. Hỏi số lượng cây mà Bác Ân dự định trồng là bao nhiêu?

Câu 3: (2,0 điểm)

a) Tìm giá trị tham số m để phương trình $x^2 + 2mx - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 5$.

b) Một hình chữ nhật có chu vi bằng 24 (mét), có độ dài đường chéo là $4\sqrt{5}$ (mét). Hãy tính độ dài các cạnh hình chữ nhật đó.

Câu 4: (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , kẻ đường trung tuyến AM và đường cao AH . Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC .

a) Chứng minh $DE^2 = BH \cdot HC$ và DE vuông góc với AM .

b) Giả sử diện tích tam giác ABC bằng 2 lần diện tích tứ giác $AEHD$. Chứng minh tam giác ABC vuông cân.

Câu 5: (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) , BH và CK là các đường cao. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại S , các đường thẳng BC và OS cắt nhau tại M .

a) Chứng minh $MB = MH$.

b) Chứng minh rằng $\frac{AB}{AH} = \frac{BS}{MH}$.

c) Chứng minh rằng $\triangle AHM$ đồng dạng $\triangle ABS$.

HẾT.

Họ và tên thí sinh: _____

Số báo danh: _____

Chữ ký GT1: _____

Chữ ký GT2: _____

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC MÔN: TOÁN (CHUYÊN)

Ngày thi: 10/6/2014

(Hướng dẫn chấm gồm có: 04 trang)

I. Hướng dẫn chung

1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng, chính xác, chặt chẽ thì cho đủ số điểm của câu đó.

2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.

3) Đối với câu 4, câu 5: nếu thí sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình không đúng thì không chấm điểm bài làm

II. Đáp án và thang điểm

Câu 1: (2,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Cho $A = \left(\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+1}} \right) \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x+2}}$	
a) Tìm điều kiện để biểu thức A được xác định và rút gọn A.	1,0
Biểu thức A có nghĩa $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$	0,5
$A = \frac{x+3\sqrt{x+2} - (x-3\sqrt{x+2})}{x-1} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x+2}} = \frac{6\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}}$	0,5
b) Tìm giá trị của x để A đạt giá trị nhỏ nhất.	1,0
Ta có : $A = \frac{6\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} \geq 0 \forall x \in R : \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$	0,25
Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất khi A=0	0,25
Hay $\frac{6\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} = 0 \Leftrightarrow 6\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (thỏa điều kiện)	0,25
Vậy A sẽ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi x=0.	0,25

Câu 2: (2 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
a) Tìm các giá trị $x \in R$ thỏa mãn : $x + \frac{4}{x} > 4$ (1)	1,0
Biểu thức có nghĩa $x \neq 0$	0,25
(1) $\Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x + 4}{x} > 0$	0,25
$\Leftrightarrow \frac{(x-2)^2}{x} > 0$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > 0 \end{cases}$	0,25
b) Bác Ân trồng cây trên mảnh vườn hình chữ nhật, Bác dự định trồng theo từng hàng và mỗi hàng có số cây bằng nhau. Nếu tăng thêm 1 hàng nhưng mỗi hàng bớt đi 1 cây thì số cây phải trồng tăng thêm 10 cây. Nếu bớt đi 1 hàng nhưng tăng thêm mỗi hàng 2 cây thì số cây phải trồng tăng thêm 9 cây. Hỏi số lượng cây	1,0

mà Bác Ân dự định trồng là bao nhiêu?	
Gọi x là số hàng dự định trồng và gọi y là số cây dự định trồng trên mỗi hàng, $x, y \in \mathbb{N}^*$. Số cây dự định trồng là $x \cdot y$ (cây)	0,25
Nếu tăng thêm 1 hàng nhưng mỗi hàng bớt đi 1 cây thì số cây phải trồng tăng thêm 10 cây, ta có : $(x+1)(y-1) = xy+10$ (1) Nếu bớt đi một hàng nhưng tăng thêm mỗi hàng 2 cây thì số cây phải trồng tăng thêm 9 cây, ta có : $(x-1)(y+2) = xy+9$ (2)	0,25
Từ (1) và (2), ta được hệ: $\begin{cases} (x+1)(y-1) = xy+10 \\ (x-1)(y+2) = xy+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y+11=0 \\ 2x-y-11=0 \end{cases}$	0,25
Giải hệ ta được $\begin{cases} x=22 \\ y=33 \end{cases}$. Số cây mà Bác Ân dự định trồng là: $22 \times 33 = 726$ cây	0,25

Câu 3: (2 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
a) Tìm giá trị tham số m để phương trình $x^2 + 2mx - 2 = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 5$.	1,0
Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$	0,25
$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 2 > 0 \forall m$. Với mọi m phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$	0,25
Điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 5 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5$	0,25
$\Leftrightarrow 4m^2 + 4 = 5 \Leftrightarrow m^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{2}$ Vậy với $m = \pm \frac{1}{2}$ thì phương trình đã cho có nghiệm thỏa yêu cầu bài toán.	0,25
b) Một hình chữ nhật có chu vi bằng 24 (mét), có độ dài đường chéo là $4\sqrt{5}$ (mét). Hãy tính độ dài các cạnh hình chữ nhật đó.	1,0
Gọi kích thước hình chữ nhật là x (m), y (m) ($12 > x > y > 0$)	
Theo đề bài ta có $\begin{cases} x + y = 12 \\ x^2 + y^2 = (4\sqrt{5})^2 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 12 \\ (x + y)^2 - 2xy = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 12 \\ xy = 32 \end{cases}$	0,25
Khi đó x, y là nghiệm của phương trình: $t^2 - 12t + 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 8 \end{cases}$.	0,25
Vậy kích thước hình chữ nhật cần tìm là 4m và 8m	0,25

Câu 4: (2,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ đường trung tuyến AM và đường cao AH. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC.	2,0

a) Chứng minh $DE^2 = BH.HC$ và DE vuông góc với AM.	1,25
+ Chứng minh $DE^2 = BH.HC$ Ta có $AH^2 = HB.HC$.	0,25
Giả thiết AEHD là hình chữ nhật nên AH=DE. Nên $DE^2 = AH^2 = HB.HC$ (đpcm)	0,25
+ Chứng minh DE vuông góc với AM. Ta có $\widehat{HAE} = \widehat{AED}$ (Vì AEHD là hình chữ nhật)	0,25
Và $\widehat{MAC} = \widehat{MCA}$ (M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC)	0,25
Nên $\widehat{AED} + \widehat{MAC} = \widehat{HAE} + \widehat{MCA} = 90^\circ$, từ đó suy ra AM vuông góc DE (đpcm)	0,25
b) Giả sử diện tích tam giác ABC bằng 2 lần diện tích tứ giác AEHD. Chứng minh tam giác ABC vuông cân.	0,75
Theo giả thiết, ta có $S_{ABC} = 2S_{AEHD} = 4S_{ADE}$ hay $\frac{S_{AED}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$ (1)	0,25
Ta có $\frac{S_{AED}}{S_{ABC}} = \frac{AE.AD}{AB.AC} = \frac{(AE.AC)(AD.AB)}{(AB.AC)^2} = \frac{AH^4}{(AB.AC)^2} = \frac{AH^2}{BC^2} \leq \frac{AM^2}{BC^2} = \frac{1}{4}$ (2)	0,25
Từ (1) và (2) suy ra $\frac{AH^2}{BC^2} = \frac{AM^2}{BC^2} \Leftrightarrow H \equiv M$ nên tam giác ABC vuông cân tại A.	0,25

Câu 5: (2,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), BH và CK là các đường cao. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại S, các đường thẳng BC và OS cắt nhau tại M.	
a) Chứng minh $MB = MH$.	0,5
Do SB, SC là hai tiếp tuyến với (O), nên SO là đường trung trực của đoạn BC, hay M là trung điểm của BC, MH là trung tuyến hạ từ đỉnh H của tam giác BHC	0,25
Mặt khác, tam giác BHC vuông tại H nên $MB = MH = MC$ (M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC) (đpcm)	0,25

b) Chứng minh rằng $\frac{AB}{AH} = \frac{BS}{MH}$.	0,75
Xét hai tam giác vuông $\triangle HAB$ và $\triangle MBS$, có $\widehat{AHB} = \widehat{BMS} = 90^\circ$ và $\widehat{BAH} = \widehat{BAC} = \widehat{CBS} = \widehat{MBS}$, nên $\triangle HAB$ đồng dạng $\triangle MBS$.	0,25
$\Rightarrow \frac{AB}{AH} = \frac{BS}{MB}$	0,25
Mà $MB = MC = MH \Rightarrow \frac{AB}{AH} = \frac{BS}{MH}$ (1)	0,25
c) Chứng minh rằng $\triangle AHM$ đồng dạng $\triangle ABS$.	0,75
Gọi Bt là tia đối của tia BS $\widehat{ABt} = \widehat{ACB} = \widehat{CHM}$	0,25
$\Rightarrow \widehat{ABS} = \widehat{AHM}$ (2)	0,25
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \triangle AHM$ đồng dạng $\triangle ABS$	0,25

-----HẾT-----