

Câu 1. ( 4,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức  $A = \sqrt{\sqrt{69+16\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}}$ .

b) Chứng minh tích của bốn số tự nhiên liên tiếp cộng thêm 1 là một số chính phương.

Câu 2. ( 2,0 điểm)

Cho biểu thức  $P(x) = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$  (với  $x > 0; x \neq 1$ ).

a) Rút gọn biểu thức  $P(x)$ .

b) Tìm  $x$  để biểu thức  $Q(x) = \frac{2\sqrt{x}}{P(x)}$  nhận giá trị nguyên.

Câu 3. ( 2,0 điểm)

a) Cho  $x > 0, y > 0$ . Chứng minh rằng:  $\frac{x+y}{xy} \geq \frac{4}{x+y}$ .

b) Cho ba số dương  $a, b, c$  thỏa mãn điều kiện  $a+b+c = 2018$ . Tìm giá trị lớn nhất của

biểu thức  $M = \frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a}$ .

Câu 4. ( 4,0 điểm)

a) Giải phương trình  $\frac{3x}{2x^2+1} + \frac{2x^2+1}{x} = 4$ .

b) Hai bến sông A và B cách nhau 40km. Một ca nô xuôi dòng từ A đến B rồi quay ngay về A với vận tốc riêng không đổi hết tất cả 2 giờ 15 phút. Khi ca nô khởi hành từ A thì cùng lúc đó, một khúc gỗ cũng trôi tự do từ A theo dòng nước và gặp ca nô trên đường trở về tại một địa điểm cách A là 8 km. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước.

Câu 5. ( 4,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có 3 góc nhọn, không cân nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $BC$ . Kẻ đường kính  $AD$  của đường tròn  $(O)$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $B$  và  $C$  trên  $AD$ .

a) Chứng minh tứ giác  $BAEH$  nội tiếp và  $\triangle BAH$  đồng dạng  $\triangle DCF$ .

b) Chứng minh  $\widehat{EHC} = \widehat{HCD}$  và  $HE$  vuông góc với  $AC$ .

c) Chứng minh  $\triangle HEF$  đồng dạng với  $\triangle ABC$ .

Câu 6. ( 4,0 điểm)

Cho hình vuông  $ABCD$  có độ dài cạnh là  $a$ . Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $E$  ( $E \neq B, E \neq C$ ). Từ  $B$  vẽ đường thẳng vuông góc với  $DE$  tại  $H$ .  $BH$  kéo dài cắt đường thẳng  $DC$  tại  $K$ .

a) Chứng minh  $A, B, H, C, D$  cùng nằm trên một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó theo  $a$ .

b) Đường thẳng  $KE$  cắt  $BD$  tại  $I$ . Chứng minh  $KI$  vuông góc  $BD$  và ba điểm  $A, I, H$  thẳng hàng.

c) Chứng minh  $HC \cdot DK > HD \cdot HK$ .

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh: \_\_\_\_\_

Số báo danh: \_\_\_\_\_

Chữ ký GT1: \_\_\_\_\_

Chữ ký GT2: \_\_\_\_\_