SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG THÁP

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
CẤP TỈNH NĂM HỌC 2014 - 2015

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI MÔN: TOÁN
Ngày thi: 05/4/2015
Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)
(Đề thi gồm có: 02 trang)

<u>Câu 1:</u> (4,0 điểm)

a) Tính: $P=6\left(\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}:\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}-1}\right)-\sqrt{2}\left(\sqrt{8-2\sqrt{15}}\right)\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)$

b) Cho k là số nguyên. Chứng minh rằng: nếu k^2+3k+5 chia hết cho 11 thì $k=11t+4$ và ngược lại nếu $k=11t+4$ thì k^2+3k+5 chia hết cho 11 (với t là số nguyên).

<u>Câu 2:</u> (4,0 điểm)

a) Cho biểu thức: $Q=\dfrac{1}{x^2-\sqrt{x}}:\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+x+x\sqrt{x}}$. Tìm điều kiện để biểu thức Q có nghĩa và rút gọn biểu thức Q.

b) Cho x, y là hai số dương. Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{xy}\ge\dfrac{4}{(x+y)^2}$.

Áp dụng: Biết $x+y=1$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{y^2}\right)$.

<u>Câu 3:</u> (4,0 điểm)

a) Cho hệ phương trình: $\begin{cases}(m+1)x-y=3\\ mx+y=m\end{cases}$ (với m là tham số).

Xác định tất cả các giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện: $x+y>0$.

b) Một nhóm học sinh đi du khảo về nguồn bằng xe đạp từ thành phố Cao Lãnh đến khu căn cứ địa cách mạng Xẻo Quýt cách nhau 24 kílômét (km). Khi trở về thành phố Cao Lãnh vì ngược gió nên vận tốc trung bình của nhóm học sinh bị giảm 4 km/giờ và thời gian di chuyển từ khu căn cứ địa cách mạng Xẻo Quýt về thành phố Cao Lãnh lâu hơn thời gian di chuyển từ thành phố Cao Lãnh đến khu căn cứ địa cách mạng Xẻo Quýt là 1 giờ. Hãy tính vận tốc trung bình ở lượt đi từ thành phố Cao Lãnh đến khu căn cứ địa cách mạng Xẻo Quýt của nhóm học sinh nói trên.

<u>Câu 4:</u> (4,0 điểm)

a) Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng 3. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho CM= 1, đường thẳng AM kéo dài cắt tia DC tại điểm P. Đường thẳng DM cắt cạnh AB kéo dài tại Q, BP cắt CQ tại điểm I. Hãy tính BI.CI.

b) Cho tam giác ABC vuông tại A, trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A, dựng hình vuông BCDE. Gọi I là tâm của hình vuông BCDE. Chứng minh rằng: AI là phân giác trong của $\widehat{BAC}$.

<u>Câu 5:</u> (4,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Trên nửa đường tròn đã cho vẽ hai dây $AC = R$ và $BD = R\sqrt{2}$.

a) Chứng minh rằng: $\widehat{AOC} = 60^0$, $\widehat{BOD} = 90^0$.

b) Từ A, B kẻ hai đường thẳng vuông góc với CD và cắt CD lần lượt tại E, F. Chứng minh rằng: $CE = DF$.

c) Tính độ dài đoạn BF theo R. Chứng minh: $S_{ABFE} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ABD}$.

---- HẾT----

Họ và tên thí sinh: ____________________ Số báo danh: ____________________

Chữ ký GT1: ____________________ Chữ ký GT2: ____________________

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG THÁP	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS CẤP TỈNH NĂM HỌC 2014 - 2015

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC MÔN: TOÁN
Ngày thi: 05/4/2015
(Hướng dẫn chấm gồm có: 05 trang)

I. Hướng dẫn chung

1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng, chính xác, chặt chẽ thì cho đủ số điểm của câu đó.

2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.

II. Đáp án và thang điểm

Câu 1: (4,0 điểm)

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
a)	Ta có: $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}:\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}.\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{\left(4-2\sqrt{3}\right)\left(4+2\sqrt{3}\right)}}=\frac{1}{2}$	0,5
	Và $\sqrt{8-2\sqrt{15}}=\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2-2\sqrt{5}\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2}$ $=\left\|\sqrt{5}-\sqrt{3}\right\|=\sqrt{5}-\sqrt{3}\ \left(do\ \sqrt{5}>\sqrt{3}\right)$	0,5
	$\sqrt{2}\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)=\sqrt{8+2\sqrt{15}}=\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2+2\sqrt{5}\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2}$ $=\sqrt{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{5}+\sqrt{3}$	0,5
	$P=6.\frac{1}{2}-\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)=1$	0,5
b)	$k^2+3k+5=\left(k-4\right)^2+11\left(k-1\right)$ k^2+3k+5 chia hết cho 11 khi $\left(k-4\right)^2$ chia hết cho 11 (*)	0,5
	Do 11 là số nguyên tố nên (*) xảy ra khi $k-4$ chia hết cho 11. Vậy $k=11t+4$, với t là số nguyên.	0,5
	Với $k=11t+4$ thì $\left(11t+4\right)^2+3\left(11t+4\right)+5=121t^2+121t+33$	0,5
	$=11.\left(11t^2+11t+3\right)\vdots 11$ Vậy khi $k=11t+4$ thì $k^3+3k+5\vdots 11$	0,5

Câu 2: (4,0 điểm)

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
a)	Biểu thức Q có nghĩa khi: $\begin{cases}x^2-\sqrt{x}\neq 0\\x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\x>0\end{cases}$	0,5
	$Q=\frac{1}{x^2-\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}+x+x\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}+x\right)}{\left(\sqrt{x^4}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$	0,5

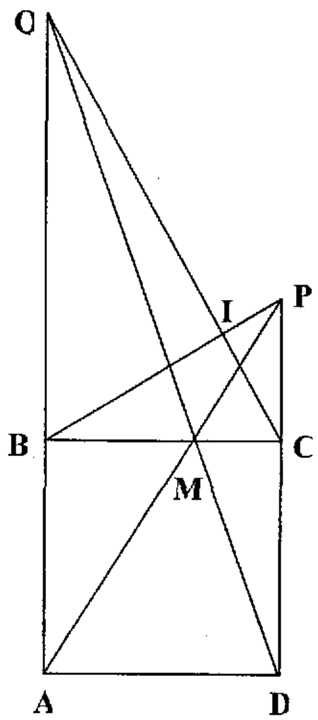
	$=\dfrac{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}+x\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x^3}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\dfrac{1+\sqrt{x}+x}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$	0,5
	$=\dfrac{1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\dfrac{1}{x-1}$	0,5
b)	Với x, y > 0, ta có: $x^2+y^2\geq 2xy\Rightarrow\left(x+y\right)^2\geq 4xy$ $\Rightarrow\dfrac{\left(x+y\right)^2}{4}\geq xy$	0,5
	$\Rightarrow\dfrac{1}{xy}\geq\dfrac{4}{\left(x+y\right)^2}$ Dấu '=' xảy ra khi x=y	0,5
	$M=\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{y^2}\right)=\dfrac{\left(x^2-1\right)\left(y^2-1\right)}{x^2y^2}=\dfrac{\left(x+1\right)\left(-y\right)\left(y+1\right)\left(-x\right)}{x^2y^2}$ $=\dfrac{\left(x+1\right)\left(y+1\right)}{xy}=1+\dfrac{2}{xy}$	0,5
	Do $\dfrac{1}{xy}\geq\dfrac{4}{\left(x+y\right)^2}$ và x+y=1 nên $M=1+\dfrac{2}{xy}\geq 1+2.4=9$ khi $x=y=\dfrac{1}{2}$	0,5

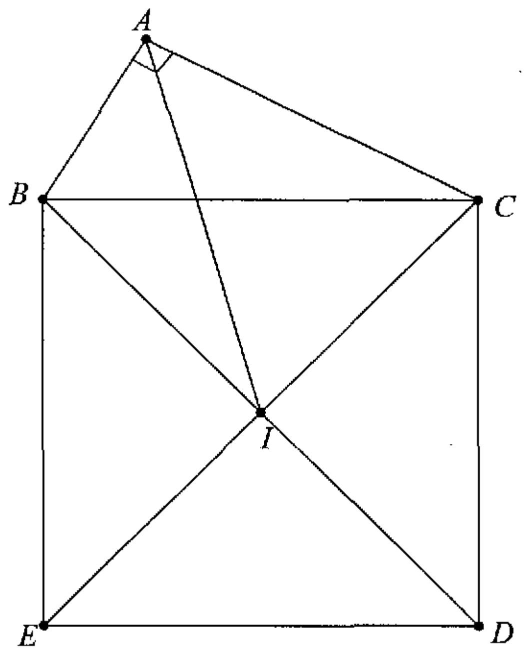
Câu 3: (4,0 điểm)

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
a)	$\begin{cases}(m+1)x-y=3\\ mx+y=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=m(1-x)\\ (m+1)x-m(1-x)=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=m(1-x) & (1)\\ (2m+1)x=m+3 & (2)\end{cases}$	0,5
	Khi $m=\dfrac{-1}{2}$, phương trình (2) trở thành $0x=\dfrac{5}{2}$ (vô lý). Hệ đã cho vô nghiệm.	0,25
	Khi $m\neq\dfrac{-1}{2}$, hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $\begin{cases}x=\dfrac{m+3}{2m+1}\\ y=\dfrac{m(m-2)}{2m+1}\end{cases}$	0,5
	Suy ra: $x+y=\dfrac{m^2-m+3}{2m+1}$ Do $m^2-m+3=\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{11}{4}>0$ nên $x+y>0\Leftrightarrow 2m+1>0\Leftrightarrow m>\dfrac{-1}{2}$	0,5
	Vậy với $m>\dfrac{-1}{2}$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x+y>0$	0,25
b)	Gọi thành Phố Cao Lãnh là A, khu căn cứ địa cách mạng Xẻo Quýt là B. Gọi vận tốc trung bình ở lượt đi của nhóm học sinh nói trên là: x (km/h) Điều kiện: x > 4	0,5
	Vận tốc trung bình khi trở về: x – 4 (km/h) Thời gian nhóm học sinh đi từ điểm A đến điểm B: $\dfrac{24}{x}$ (h) Thời gian nhóm học sinh đi từ điểm B đến điểm A: $\dfrac{24}{x-4}$ (h)	0,5

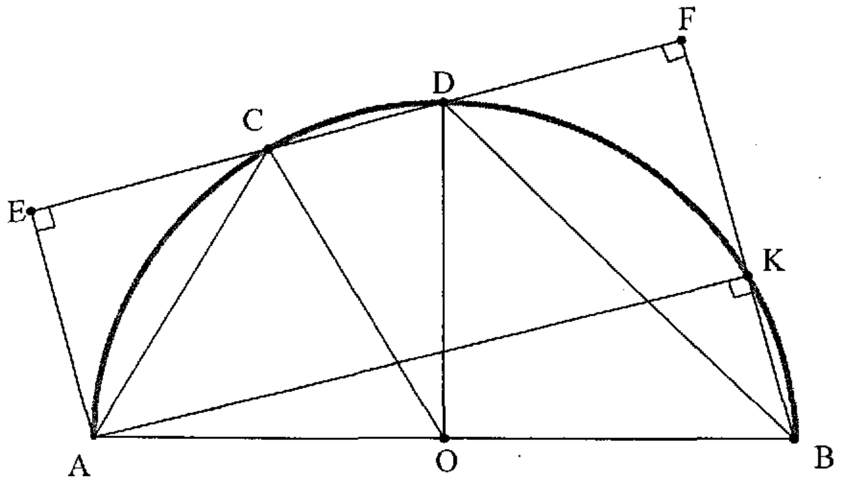
	Theo đề bài, ta có: $\dfrac{24}{x-4}-\dfrac{24}{x}=1 \Leftrightarrow x^2-4x-96=0 \Leftrightarrow x_1=12; x_2=-8$	0,5
	Kết hợp điều kiện, vận tốc trung bình lượt đi từ điểm A đến điểm B của nhóm học sinh nói trên là: 12 (km/h)	0,5

<u>Câu 4:</u> (4,0 điểm)

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
		
a)	Ta có: $\dfrac{PC}{PD}=\dfrac{MC}{AD}=\dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{PC}{CD}=\dfrac{1}{3-1}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow PC=\dfrac{CD}{2}=\dfrac{3}{2}$ Mà $\dfrac{QB}{QA}=\dfrac{BM}{AD}=\dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{QB}{BA}=\dfrac{2}{3-2}=2 \Rightarrow QB=2BA=6$	0,5
	Ta có $\dfrac{BI}{IP}=\dfrac{QB}{PC}=\dfrac{6}{\frac{3}{2}}=4 \Rightarrow BI=4.IP \Rightarrow BI=\dfrac{4}{5}.BP$	0,5
	$\dfrac{IC}{IQ}=\dfrac{PC}{QB}=\dfrac{1}{4}$ nên $IC=\dfrac{1}{5}.CQ$	0,5
	Vậy: $BI.IC=\dfrac{4}{25}.BP.CQ=\dfrac{4}{25}.\sqrt{3^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}.\sqrt{3^2+6^2}=\dfrac{9}{5}$	0,5

b)		
	Vì BCDE là hình vuông nên $BD \perp CE \Rightarrow \widehat{BIC} = 90^0$	0.5
	Tứ giác BACI có: $\widehat{BAC} + \widehat{BIC} = 180^0$ nên nội tiếp đường tròn đường kính BC	0.5
	Suy ra $\widehat{BAI} = \widehat{BCI} = 45^0$ (cùng chắn cung BI)	0.5
	Vậy AI là phân giác trong của góc BAC (đpcm)	0,5

<u>Câu 5:</u> (4,0 điểm)

Ý	**NỘI DUNG**	**ĐIỂM**
		
a)	Ta có: $OD^2 + OB^2 = 2R^2$ (1) Tam giác AOC là tam giác đều, do đó $\widehat{AOC} = \widehat{OAC} = 60^0$	0,5
	Tam giác CDB có $DB^2 = 2R^2$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{BOD} = 90^0$	0,5
b)	Tam giác AEC vuông cân, ta có: $AE = EC = AC.\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ hay $EC = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$	0,5
	Tam giác BDF vuông tại F, có: $\widehat{D} = 60^0$ nên $DF = \dfrac{DB}{2}$ hay $DF = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$ Do đó $EC = DF$	0,5

c)	Xét tam giác DBF vuông tại F, có: $BF = BD.\sin 60^0$ hay $BF = R\sqrt{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{R\sqrt{6}}{2}$ Qua A hạ $AK \perp BF$, tứ giác AKFE là hình chữ nhật, ta được: $AK = EF$	0,5
	Tam giác ABK vuông tại K, ta có: $AK = \sqrt{AB^2 - BK^2}$ Mà $AB^2 = 4R^2$; $BK^2 = \left(\frac{R\sqrt{2}}{2}.\sqrt{3} - \frac{R\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{R^2}{2}.\left(4 - 2\sqrt{3}\right)$ $AK = \sqrt{4R^2 - 2R^2 + \sqrt{3}R^2} = R\sqrt{2+\sqrt{3}} = \frac{R}{2}.\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$ Diện tích: $S_{ABFE} = \frac{BF + AE}{2}.AK = \frac{R\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{4}.\frac{R\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{2}$ $= \frac{R^2}{8}.\left(8 + 4\sqrt{3}\right) = R^2\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (I)	0,5
	$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.AC.CB = \frac{R}{2}.R\sqrt{3} = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$; $S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2}.AB.\mathrm{OD} = R^2$ $S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ABD} = R^2.\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (II)	0,5
	Từ (I) và (II), suy ra $S_{ABFE} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ABD}$	0,5

------HẾT------