

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Ngày thi: 09/3/2014

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm có: 02 trang)

Câu 1: (4,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{10 + 2\sqrt{3 - 2\sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$.

b) Tìm x, y, z thỏa:
$$\begin{cases} xy - x - y = 3 \\ yz - y - z = 5 \\ zx - z - x = 7 \end{cases}$$

Câu 2: (4,0 điểm)

Cho $P = 1 - \frac{3x + 5\sqrt{x} - 11}{x + \sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{\sqrt{x} + 2}$.

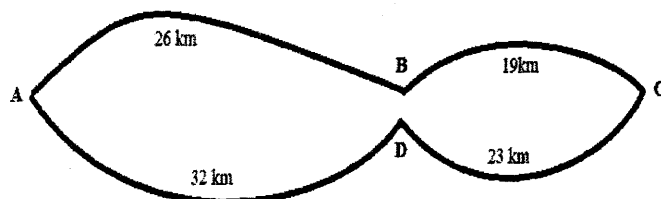
a) Tìm điều kiện của x để P có nghĩa, rút gọn P, tìm x để $|P| = 2$.

b) Tìm các giá trị của x để P nhận giá trị nguyên.

Câu 3: (4,0 điểm)

a) Hai thanh hợp kim đồng-kẽm có tỉ lệ khác nhau. Thanh thứ nhất có khối lượng 10kg có tỉ lệ đồng-kẽm là 4:1. Thanh thứ hai có khối lượng 16kg, có tỉ lệ đồng-kẽm là 1:3. Người ta cho hai thanh hợp kim đó vào lò luyện kim và cho thêm một lượng đồng nguyên chất để được một hợp kim đồng-kẽm mới có tỉ lệ đồng-kẽm là 3:2. Tính khối lượng hợp kim mới nhận được.

b) Hai xe ô tô buýt đi trên tuyến đường như hình vẽ (Hình 01) theo lộ trình từ ABCDA hay ADCBA, chạy liên tục không nghỉ, hết lộ trình lại tiếp tục lộ trình nữa. Cùng một thời điểm,



Hình 01

nếu hai ô tô buýt cùng xuất phát từ A và đi khác tuyến nhau thì sau 1,2 giờ sẽ gặp nhau; nếu chúng đi cùng tuyến nhau thì ô tô buýt thứ hai sẽ vượt ô tô buýt thứ nhất sau 6,0 giờ. Tính thời gian ít nhất mà mỗi xe đi được từ A đến C, giả sử rằng vận tốc của các ô tô buýt là không đổi trên các đoạn đường của các lộ trình.

Câu 4: (4,0 điểm)

a) Để đo gián tiếp chiều cao một cái cây (không trèo lên cây được), bạn An sử dụng thước ngắm vuông góc để có thể đo được chiều cao đó. Em hãy cho biết bạn An đã vận dụng tính chất nào trong hình học và đã thực hiện đo như thế nào? Em hãy cho một số liệu cụ thể để áp dụng tính chiều cao đó? (Hình 02)



Hình 02

b) Cho tam giác ABC vuông tại A (với $AB > AC$) có đường cao AH, trung tuyến BM và đường phân giác CN đồng quy tại I. Chứng minh rằng $BH = AC$. Biết $BC = x$, tính AC theo x.

Câu 5: (4,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm B, đường kính AC=4cm. Dựng nửa đường tròn (O), đường kính AB nằm trên nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn đã cho. Từ C kẻ dây CD tiếp xúc với nửa đường tròn (O) tại E và cắt tiếp tuyến tại A của nửa đường tròn (O) tại I.

- a) Chứng minh AD song song OE. Tính giá trị tích A.I.EC.
- b) Chứng minh tam giác AEC đồng dạng với tam giác EBC và tính tỉ số đồng dạng đó của chúng.
- c) Tính gần đúng (đến 2 chữ số thập phân) diện tích hình giới hạn bởi cung AC, đoạn AE và đoạn EC. (Cho $\pi \approx 3,14$; $\sqrt{2} \approx 1,41$)

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh: _____ Số báo danh: _____

Chữ ký GT1: _____ Chữ ký GT2: _____

MÔN TOÁN

Câu 1: (4,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
a)	2,0
Ta có $A = \sqrt{10 + 2\sqrt{3 - 2\sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}} = \sqrt{10 + 2\sqrt{3 - 2\sqrt{(2\sqrt{5} - 3)^2}}}$	0,5
$= \sqrt{10 + 2\sqrt{3 - 2 2\sqrt{5} - 3 }}$	0,5
$= \sqrt{10 + 2\sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}}$	0,5
$= \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} + 1$	0,5
b)	2,0
Hệ đã cho tương đương $\begin{cases} xy - x - y + 1 = 4 \\ yz - y - z + 1 = 6 \\ zx - z - x + 1 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(y-1) = 4 \\ (y-1)(z-1) = 6 \\ (z-1)(x-1) = 8 \end{cases}$	0,5
Do đó $[(x-1)(y-1)(z-1)]^2 = 192$	0,5
$\Leftrightarrow (x-1)(y-1)(z-1) = \pm 8\sqrt{3}$	0,5
Ta có: $\begin{cases} (x-1) = \frac{4}{3}\sqrt{3} \\ (y-1) = \sqrt{3} \\ (z-1) = 2\sqrt{3} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} (x-1) = -\frac{4}{3}\sqrt{3} \\ (y-1) = -\sqrt{3} \\ (z-1) = -2\sqrt{3} \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \frac{4}{3}\sqrt{3} \\ y = 1 + \sqrt{3} \\ z = 1 + 2\sqrt{3} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 1 - \frac{4}{3}\sqrt{3} \\ y = 1 - \sqrt{3} \\ z = 1 - 2\sqrt{3} \end{cases}$	0,25

Câu 2: (4,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
a)	2,0
Điều kiện để P có nghĩa là $x \geq 0; x \neq 1$	0,5
$P = 1 - \frac{3x + 5\sqrt{x} - 11}{x + \sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{\sqrt{x} + 2} = 1 - \frac{3x + 5\sqrt{x} - 11}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} + \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{\sqrt{x} + 2}$	0,25
$P = -\frac{\sqrt{x} + 7}{\sqrt{x} + 2}$	0,5
Do $P < 0$ nên $ P = 2 \Leftrightarrow P = -2$ hay $-\frac{\sqrt{x} + 7}{\sqrt{x} + 2} = -2$	0,5
$-\frac{\sqrt{x} + 7}{\sqrt{x} + 2} = -2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$ thỏa điều kiện.	0,25
b)	2,0

Từ câu a ta có $P = -\frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x+2}} = -1 - \frac{5}{\sqrt{x+2}}$, nên $P < -1$ (1)	0,25
Do $\sqrt{x+2} \geq 2 \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{x+2}} \leq \frac{5}{2} \Rightarrow -\frac{5}{\sqrt{x+2}} \geq -\frac{5}{2}$	0,5
$\Rightarrow -1 - \frac{5}{\sqrt{x+2}} \geq -1 - \frac{5}{2} \Rightarrow P \geq -\frac{7}{2}$ (2)	0,25
Từ (1) và (2) ta có $-\frac{7}{2} < P < -1$	0,25
Do $P \in Z$ nên $P = -2$ hay $P = -3$	0,25
+ Khi $P = -2$ thì $x = 9$	0,25
+ Khi $P = -3$ thì $x = \frac{1}{4}$	0,25

Câu 3: (4,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
a)	2,0
Gọi m (kg), n (kg) lần lượt là khối lượng của đồng, kẽm có trong thanh thứ nhất. Ta có: $\frac{m}{4} = \frac{n}{1} = \frac{m+n}{5} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow m = 8\text{kg}; n = 2\text{kg}$	0,5
Gọi m' (kg), n' (kg) lần lượt là khối lượng của đồng, kẽm có trong thanh thứ hai. Ta có: $\frac{m'}{1} = \frac{n'}{3} = \frac{m'+n'}{4} = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow m' = 4\text{kg}; n' = 12\text{kg}$	0,5
Gọi x (kg) là khối lượng của đồng nguyên chất cho vào thêm. Ta có: $\frac{m+m'+x}{n+n'} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{12+x}{14} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 9$ (kg)	0,5
Vậy khối lượng hợp kim mới nhận được là $10+16+9 = 35$ (kg).	0,5
b)	2,0
Gọi v_1 (km/h) là vận tốc của ô tô buýt thứ nhất, v_2 (km/h) là vận tốc của ô tô buýt thứ 2, $v_1 > 0, v_2 > 0$ và $v_2 > v_1$.	0,25
+ Khi từ A, 2 ô tô đi chuyển khác tuyến, chúng gặp nhau khi thì tổng quãng đường hai xe đi được là: $1,2v_1 + 1,2v_2 = AB + BC + CD + DA = 100$ (km)	0,25
+ Khi từ A, 2 ô tô đi chuyển cùng tuyến, ô tô thứ hai vượt ô tô thứ nhất sau 6,0 giờ, nghĩa là khi đó quãng đường mà ô tô thứ hai nhiều hơn ô tô thứ nhất là 01 lộ trình, ta có: $6v_2 - 6v_1 = AB + BC + CD + DA = 100$ (km)	0,25
+ Khi đó ta có hệ: $\begin{cases} 1,2v_2 + 1,2v_1 = 100 \\ 6v_2 - 6v_1 = 100 \end{cases}$	0,25
Giải hệ ta được: $v_1 = \frac{100}{3}$ (km/h); $v_2 = 50$ (km/h)	0,25
Đi từ A đến C: tuyến ABC ngắn hơn tuyến ADC. Nên thời gian đi từ A đến C ngắn nhất cho từng ô tô là:	0,25
+ Thời gian ô tô buýt thứ 1 đi từ A \rightarrow C theo tuyến ABC: $45 : \frac{100}{3} = 1,35$ (giờ)	0,25
+ Thời gian ô tô buýt thứ 2 đi từ A \rightarrow C theo tuyến ABC: $\frac{45}{50} = 0,9$ (giờ)	0,25

Câu 4: (4,0 điểm)

NỘI DUNG		ĐIỂM	
a)		2,0	
+ Bạn An dùng các tính chất trong tam giác vuông và tam giác đồng dạng		0,25	
+ Gọi các vị trí A, B, C, D như hình vẽ.		0,25	
+ Khi đặt thước ngắm vuông góc vào vị trí góc và ngọn của cái cây thì An đứng cách cây một khoảng BC và chiều cao từ chân đến vị trí mắt nhìn của An là DC. Hai đoạn này hoàn toàn đo được một cách đơn giản.		0,5	
Như vậy, xét tam giác vuông BCD, vuông tại C ta có $BD^2 = BC^2 + CD^2$		0,25	
Hơn nữa $\triangle ADB$ đồng dạng với $\triangle BCD$, ta có $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{CD}$. Vậy $AB = \frac{BD^2}{CD} = \frac{BC^2 + CD^2}{CD}$		0,5	
+ Giả sử BC=3m; DC=1,5m thì chiều cao của cây sẽ là: AB= 7,5m.		0,25	
b)		2,0	
Gọi E là điểm đối xứng của I qua M. Tứ giác IAEC là hình bình hành nên IA//EC, AE//IC			0,25
$\triangle BCE$ có IH//EC $\Rightarrow \frac{BH}{CH} = \frac{BI}{EI}$ (1)	0,25		
$\triangle BAE$ có IN//EA $\Rightarrow \frac{BI}{EI} = \frac{BN}{AN}$ (2)			
$\triangle ABC$ có CN là đường phân giác $\Rightarrow \frac{BN}{AN} = \frac{BC}{AC}$ (3)	0,25		
Từ (1), (2), (3) có $\frac{BH}{CH} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BH.AC = CH.BC$	0,25		
Mặt khác, $\triangle ABC$ vuông tại A, ta có $\Rightarrow AC^2 = CH.BC = BH.AC$ $\Rightarrow BH = AC$	0,25		
+ $\triangle ABC$ vuông tại A $\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$. Ta có $AC.x + AC^2 = x^2$	0,25		
$\Rightarrow \frac{x^2}{4} + AC.x + AC^2 = \frac{x^2}{4} + x^2$	0,25		
$\Rightarrow \left(\frac{x}{2} + AC\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}x}{2}\right)^2$ Vậy $AC = \frac{(\sqrt{5}-1)x}{2}$	0,25		

Câu 5: (4,0 điểm)

NỘI DUNG		ĐIỂM
a)		1,5
$OE \perp CI$ vì CI là tiếp tuyến của đường tròn (O), E là tiếp điểm.		0,25
$AD \perp CI$ (vì góc ADC=1v, góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)		0,25

Suy ra $OE \parallel AD$.		0,25
+ Ta có hai tam giác OEC và IAC đồng dạng (tam giác vuông, có chung góc nhọn C)		0,25
$\Rightarrow \frac{OE}{IA} = \frac{EC}{AC}$		0,5
$\Rightarrow AI \cdot EC = OE \cdot AC = 4$.		
b)		1,0
Hai tam giác AEC và EBC đồng dạng, vì $\angle EAC = \angle BEC$, $\angle C$ là góc chung.		0,5
Tỉ số đồng dạng $k = \frac{AC}{EC} = \frac{AC}{\sqrt{OC^2 - OE^2}} = \frac{4}{\sqrt{8}} = \sqrt{2}$		0,5
c)		1,5
Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của nửa đường tròn (B) và tam giác AEC. Khi đó diện tích cần tìm là $S = S_1 - S_2$		0,25
$S_1 = S_{(B)} = \frac{1}{2} BC^2 \cdot \pi \approx \frac{1}{2} 2^2 \cdot 3,14 = 6,28 cm^2$		0,50
$\triangle ADC$ đồng dạng $\triangle OEC$, ta có $\frac{AD}{AC} = \frac{OE}{OC} \Rightarrow AD = AC \cdot \frac{OE}{OC} = \frac{4}{3}$		0,25
$S_2 = S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2} AD \cdot EC = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \sqrt{8} \approx 1,88 cm^2$		0,25
Vậy $S \approx S_1 - S_2 = 4,4 cm^2$.		0,25

Chú ý: Học sinh có thể đưa ra phương án giải khác nếu kết quả đúng, hợp logic, khoa học vẫn cho điểm tối đa phần đó.

---HẾT---