

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA THPT  
ĐỀ THI CHÍNH THỨC NĂM 2016

Môn: TIN HỌC

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ nhất: 06/01/2016

(Đề thi có 04 trang, gồm 03 bài)



TỔNG QUAN NGÀY THI THỨ NHẤT

|       | Tên bài         | File chương trình | File dữ liệu vào | File kết quả |
|-------|-----------------|-------------------|------------------|--------------|
| Bài 1 | SEQ198          | SEQ198.*          | SEQ198.INP       | SEQ198.OUT   |
| Bài 2 | Hậu cần         | HAUCAN.*          | HAUCAN.INP       | HAUCAN.OUT   |
| Bài 3 | Mã thẻ công dân | IDCODE.*          | IDCODE.INP       | IDCODE.OUT   |

Dấu \* được thay thế bởi PAS hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

**Bài 1. SEQ198 (6 điểm)**

Con số 198 có gọi cho bạn điều gì không? Khi học lịch sử Việt Nam, Vinh biết rằng ngày 19-8-1945 là ngày Tổng khởi nghĩa, ngày nhân dân cả nước ta nhất tề đứng lên làm nên cuộc Cách mạng Tháng Tám vĩ đại. Hiện nay, 198 được đặt tên cho nhiều bệnh viện, công viên, đường phố trong cả nước. Con số này đã gợi ý cho Vinh khảo sát dãy số SEQ198 sau đây: Dãy số nguyên không âm  $a_1, a_2, \dots, a_n$  được gọi là dãy SEQ198 nếu không tồn tại hai chỉ số  $i$  và  $j$  ( $1 \leq i, j \leq n$ ) mà  $a_i - a_j$  hoặc là bằng 1 hoặc là bằng 8 hoặc là bằng 9.

Ví dụ:

- Dãy số nguyên 1, 3, 5, 7 là dãy SEQ198.
- Dãy số nguyên 7, 3, 5, 1, 9, 21 không phải là dãy SEQ198 bởi vì có hai phần tử 1 và 9 có hiệu  $9 - 1 = 8$ . Tuy nhiên, sau khi xoá bớt phần tử 1, ta thu được dãy 7, 3, 5, 9, 21 là một dãy SEQ198.

Vinh quan tâm đến bài toán sau đây: Cho dãy số nguyên không âm  $b_1, b_2, \dots, b_m$ , hãy tìm cách loại bỏ một số ít nhất phần tử của dãy để dãy còn lại là SEQ198.

**Yêu cầu:** Hãy giúp Vinh giải quyết bài toán đặt ra.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản SEQ198.INP:

- Dòng đầu chứa số nguyên dương  $m$ ;
- Dòng thứ hai chứa  $m$  số nguyên không âm  $b_1, b_2, \dots, b_m$  ( $b_i \leq 10^9$ ).

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản SEQ198.OUT số nguyên  $k$  là số phần tử bị loại bỏ. Ghi số 0 nếu dãy đã cho là dãy SEQ198.

Ví dụ:

| SEQ198.INP   | SEQ198.OUT |
|--------------|------------|
| 6            | 1          |
| 7 3 1 5 9 21 |            |

Ràng buộc:

- Có 50% số test ứng với 50% số điểm của bài có  $m \leq 20$ .
- Có 50% số test còn lại ứng với 50% số điểm của bài có  $m \leq 2000$ .

## Bài 2. Hậu cần (7 điểm)

Trong chiến dịch Điện Biên Phủ, công tác hậu cần đã góp phần to lớn làm nên chiến thắng lẫy lừng, chấn động năm châu, rung động địa cầu của dân tộc ta. Chiến dịch đã huy động tổng lực hàng ngàn phương tiện từ cơ giới đến thô sơ để vận chuyển hàng chục vạn tấn lương thực, đạn dược ra chiến trường. Trong đó đặc biệt phải kể đến con số dân công hoà tuyến lên đến 260 ngàn người (gấp 13 lần so với dự báo của Pháp), đóng góp 11 triệu ngày công. Các con số đó đã nói lên lòng yêu nước, tinh thần quyết chiến, quyết thắng của cả dân tộc trong chiến dịch lịch sử này. Điều đáng tiếc là hiệu quả vận chuyển nói chung là khá thấp, đặc biệt là vận chuyển lương thực bằng dân công gánh bộ, số lượng lương thực tới nơi nộp kho chỉ còn 8%. Nghĩ về con số này Vinh ước ao được góp sức cùng cha ông ngày đó nâng cao hiệu quả vận chuyển, và thế là Vinh thử giải bài toán sau đây:



Đoàn dân công hoà tuyến

Có  $Q$  lít xăng ở bể chứa của kho xăng đặt ở thôn Đoài. Độ dài đường vận chuyển từ thôn Đoài đến kho xăng của Ban hậu cần chiến dịch là  $L$ . Chỉ có một xe bồn để vận chuyển xăng. Bình xăng của xe chứa được  $K$  lít, mỗi km xe tiêu thụ 1 lít xăng. Trên đường vận chuyển xăng đến đích, có thể vận chuyển xăng đến các bể chứa đặt tại một số địa điểm trên đường vận chuyển. Bắt đầu từ thôn Đoài, cứ mỗi  $D$  km trên đường vận chuyển lại có một bể chứa. Giả thiết rằng sức chứa của tất cả các bể xăng (ở các điểm trung gian cũng như tại kho xăng của Ban hậu cần chiến dịch) tối thiểu là  $Q$  mà ban đầu chúng là các bể rỗng và xe có thể đổ xăng vào và lấy xăng ra khỏi các bể này. Cần tìm cách điều hành xe để vận chuyển được một lượng xăng lớn nhất từ bể chứa ở thôn Đoài đến kho xăng của Ban hậu cần chiến dịch.

**Yêu cầu:** Với các điều kiện đặt ra, hãy giúp Vinh tìm cách điều hành xe để vận chuyển được một lượng xăng lớn nhất từ bể chứa ở thôn Đoài đến kho xăng của Ban hậu cần chiến dịch.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản HAUCAN.INP gồm 1 dòng chứa 4 số nguyên  $L, Q, K, D$  được ghi cách nhau bởi dấu cách, trong đó:

- $L$  ( $1 \leq L \leq 10^9$ ) – độ dài đường vận chuyển xăng từ thôn Đoài đến kho xăng của Ban hậu cần chiến dịch;
- $Q$  ( $1 \leq Q \leq 10^{12}$ ) – lượng xăng có ở bể chứa đặt tại thôn Đoài;
- $K$  ( $1 \leq K \leq 10^9$ ) – sức chứa của bình xăng (lít) của xe;
- $D$  ( $1 \leq D \leq 10^9$ ) – khoảng cách giữa các bể chứa trung gian.

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản HAUCAN.OUT một số nguyên là số lượng lít xăng lớn nhất có thể vận chuyển từ thôn Đoài đến kho xăng của Ban hậu cần chiến dịch. Nếu như với những điều kiện đặt ra, xe không thể đến được kho xăng của Ban hậu cần chiến dịch thì ghi ra -1.

**Ví dụ:**

| HAUCAN . INP | HAUCAN . OUT |
|--------------|--------------|
| 3 10 3 1     | 1            |

| HAUCAN . INP | HAUCAN . OUT |
|--------------|--------------|
| 5 7 3 1      | -1           |

**Ràng buộc:**

- Có 50% số test ứng với 50% số điểm của bài có  $\frac{L}{D} \leq 10000$ .
- Có 50% số test ứng với 50% số điểm của bài không có hạn chế bổ sung đối với  $L, Q, K, D$ .

### Bài 3. Mã thẻ công dân (7 điểm)

Nhằm đổi mới việc quản lý cư dân, chính phủ đưa ra chủ trương cấp thẻ công dân thay cho giấy chứng minh nhân dân và giao quyền cấp mã thẻ cho các tỉnh thành phố trực thuộc trung ương. Để phục vụ cho công việc tạo mã thẻ, đơn vị cấp mã thẻ địa phương đã thu thập thông tin về mối quan hệ quen biết nhau của cư dân trong địa bàn của mình. Mối quan hệ đó được mô tả bởi đơn đồ thị vô hướng liên thông với  $n$  đỉnh, mỗi đỉnh tương ứng với một người, hai đỉnh được nối với nhau bởi một cạnh nếu hai người tương ứng là quen biết nhau. (Chú ý là mối quan hệ quen biết ở đây là hai chiều, nghĩa là nếu người A quen biết người B thì người B cũng quen biết người A và ngược lại.) Tiếp theo, công việc tạo mã thẻ công dân được tiến hành theo hai bước sau:

**Bước 1:** Số hóa thông tin về quan hệ quen biết của toàn bộ cư dân bằng cách sắp xếp danh sách cư dân theo thứ tự từ điển không giảm của tên người (hai người trùng tên thì thứ tự giữa hai người là tùy ý), và theo danh sách đã sắp xếp, lần lượt đánh số các đỉnh tương ứng của đồ thị bắt đầu từ 1.

**Bước 2:** Mỗi đỉnh  $i$  của đồ thị được gán một nhãn  $Q_i$  là một bộ có thứ tự gồm chỉ số của một số đỉnh được tạo bởi thuật toán sau đây:

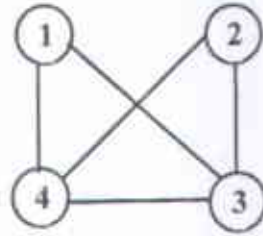
- Khởi tạo nhãn của đỉnh 1 là  $Q_1 = (0)$ , các đỉnh còn lại là chưa có nhãn; đỉnh 1 là đã có nhãn nhưng nhãn của nó là chưa cố định.
- Tại mỗi bước trong  $n$  bước tiếp theo, thực hiện các thao tác sau:
  - Tìm  $u$  là đỉnh có chỉ số nhỏ nhất trong số các đỉnh đã có nhãn chưa cố định;
  - Cố định nhãn đỉnh  $u$ ;
  - Với mỗi đỉnh  $v$  kề với đỉnh  $u$  (nghĩa là có cạnh nối  $u$  với  $v$ ):
    - Nếu  $v$  chưa có nhãn thì khởi tạo nhãn của  $v$  là  $Q_v = (u)$ ;
    - Nếu  $v$  có nhãn chưa cố định thì thêm đỉnh  $u$  và cuối nhãn hiện thời  $Q_v$  của  $v$ .

**Ví dụ:** Với đồ thị về mối quan hệ quen biết ở Hình 1, ta thu được nhãn của các đỉnh như sau:

$$Q_1=(0), Q_2=(3,4), Q_3=(1), Q_4=(1,3).$$

Quan sát các nhãn thu được, Trường ban tin học hóa việc quản lý cư dân thấy rằng: các nhãn  $Q_i$  được tạo ra tuy thuận tiện cho quản lý nhưng không tuân theo thứ tự từ điển. Trường ban yêu cầu đánh số lại các đỉnh của đồ thị về mối quan hệ quen biết sao cho bộ nhãn của các đỉnh thu được

theo thuật toán ở Bước 2 thoả mãn tính chất sau: Nếu  $u < v$  thì nhãn của đỉnh  $u$  ( $Q_u$ ) phải đi trước nhãn của đỉnh  $v$  ( $Q_v$ ) trong thứ tự từ điển.



Hình 1. Đồ thị về mối quan hệ quen biết

**Nhắc lại:** Ta nói  $Q_u = (p_1, \dots, p_i)$  là đi trước  $Q_v = (q_1, \dots, q_j)$  trong thứ tự từ điển nếu như

- hoặc  $p_1 < q_1$ ;
- hoặc  $(p_1 = q_1), \dots, (p_k = q_k), (p_{k+1} < q_{k+1})$  với  $k < \min(i, j)$ ;
- hoặc  $(p_1 = q_1), \dots, (p_i = q_i)$  với  $i < j$ .

**Yêu cầu:** Dựa trên đồ thị về mối quan hệ quen biết thu được ở Bước 1, hãy tìm một cách giải quyết yêu cầu được nêu ở trên.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản IDCODE.INP bao gồm:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương  $n$  và  $m$  được ghi cách nhau bởi dấu cách là số đỉnh và số cạnh của đồ thị về mối quan hệ quen biết;
- Mỗi dòng trong số  $m$  dòng tiếp theo chứa 2 số nguyên được ghi cách nhau bởi dấu cách là hai chỉ số của hai đỉnh đầu mút của một cạnh.

**Kết quả:** Ghi ra file IDCODE.OUT  $n$  số nguyên  $d_1, d_2, \dots, d_n$  cách nhau bởi dấu cách, trong đó  $d_i$  là chỉ số của đỉnh  $i$  của đồ thị quan hệ quen biết theo cách đánh số thoả mãn yêu cầu đã nêu.

**Ví dụ:**

| IDCODE . INP | IDCODE . OUT |
|--------------|--------------|
| 4 5          | 1 4 2 3      |
| 1 3          |              |
| 1 4          |              |
| 2 3          |              |
| 2 4          |              |
| 3 4          |              |

**Ràng buộc:**

- Có 30% số test tương ứng với các bộ dữ liệu có giới hạn  $n \leq 10$ ;
- Có 30% số test khác tương ứng với các bộ dữ liệu có giới hạn  $n \leq 1000, m \leq 10^4$ ;
- Có 40% số test còn lại tương ứng với các bộ dữ liệu có giới hạn  $n \leq 2 \times 10^4, m \leq 2 \times 10^6$ .

----- Hết -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA THPT  
ĐỀ THI CHÍNH THỨC NĂM 2016

**BẢN CHÍNH**

Môn : TOÁN

Thời gian : 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ hai : 07/01/2016

**Bài 5 (6 điểm).** Tìm tất cả các số thực  $a$  để tồn tại hàm số  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  thỏa mãn:

i)  $f(1) = 2016$ ;

ii)  $f(x+y+f(y)) = f(x) + ay$  với mọi  $x, y \in \mathbb{R}$ .

**Bài 6 (7 điểm).** Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$  (với tâm  $O$ ) có các góc ở đỉnh  $B$  và  $C$  đều nhọn. Lấy điểm  $M$  trên cung  $\widehat{BC}$  không chứa  $A$  sao cho  $AM$  không vuông góc với  $BC$ .  $AM$  cắt trung trực của  $BC$  tại  $T$ . Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AOT$  cắt  $(O)$  tại  $N$  ( $N \neq A$ ).

a) Chứng minh  $\widehat{BAM} = \widehat{CAN}$ .

b) Gọi  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp và  $G$  là chân đường phân giác trong góc  $A$  của tam giác  $ABC$ .  $AI, MI, NI$  cắt  $(O)$  lần lượt tại  $D, E, F$ . Gọi  $P$  và  $Q$  tương ứng là giao điểm của  $DF$  với  $AM$  và  $DE$  với  $AN$ . Đường tròn đi qua  $P$  và tiếp xúc với  $AD$  tại  $I$  cắt  $DF$  tại  $H$  ( $H \neq D$ ), đường tròn đi qua  $Q$  và tiếp xúc với  $AD$  tại  $I$  cắt  $DE$  tại  $K$  ( $K \neq D$ ).

Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác  $GHK$  tiếp xúc với  $BC$ .

**Bài 7 (7 điểm).** Số nguyên dương  $n$  được gọi là số hoàn chỉnh nếu  $n$  bằng tổng các ước số dương của nó (không kể chính nó).

a) Chứng minh rằng nếu  $n$  là số hoàn chỉnh lẻ thì  $n$  có dạng

$$n = p^s m^2,$$

trong đó  $p$  là số nguyên tố có dạng  $4k+1$ ,  $s$  là số nguyên dương có dạng  $4h+1$  và  $m$  là số nguyên dương không chia hết cho  $p$ .

b) Tìm tất cả các số nguyên dương  $n > 1$  sao cho  $n-1$  và  $\frac{n(n+1)}{2}$  đều là các số hoàn chỉnh.

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.