

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA THPT
ĐỀ THI CHÍNH THỨC NĂM 2014

BẢN CHÍNH

Môn: TOÁN

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ hai: 04/01/2014

Bài 5 (7,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) , trong đó B, C cố định và A thay đổi trên (O) . Trên các tia AB và AC lấy lần lượt các điểm M và N sao cho $MA = MC$ và $NA = NB$. Các đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN và ABC cắt nhau tại P ($P \neq A$). Đường thẳng MN cắt đường thẳng BC tại Q .

a) Chứng minh rằng ba điểm A, P, Q thẳng hàng.

b) Gọi D là trung điểm của BC . Các đường tròn có tâm là M, N và cùng đi qua A cắt nhau tại K ($K \neq A$). Đường thẳng đi qua A , vuông góc với AK cắt BC tại E . Đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE cắt (O) tại F ($F \neq A$). Chứng minh rằng đường thẳng AF đi qua một điểm cố định.

Bài 6 (7,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = \frac{x^3 y^4 z^3}{(x^4 + y^4)(xy + z^2)^3} + \frac{y^3 z^4 x^3}{(y^4 + z^4)(yz + x^2)^3} + \frac{z^3 x^4 y^3}{(z^4 + x^4)(zx + y^2)^3}$$

với x, y, z là các số thực dương.

Bài 7 (6,0 điểm). Tìm tất cả các bộ số gồm 2014 số hữu tỉ không nhất thiết phân biệt, thoả mãn điều kiện: nếu bỏ đi một số bất kì trong bộ số đó thì 2013 số còn lại có thể chia thành 3 nhóm rời nhau sao cho mỗi nhóm gồm 671 số và tích tất cả các số trong mỗi nhóm bằng nhau.

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.